

---

## Anneaux et corps

---

### Thèmes

#### Groupes

Révisions de la semaine dernière.

#### Anneaux, corps

- ▶ **Anneaux.** Définition et règles de calculs (règles sur les puissances, binôme de Newton et factorisation de  $a^n - b^n$  si  $a$  et  $b$  commutent). Exemples. À part dans l'anneau nul,  $0_A \neq 1_A$ .
- ▶ Groupe  $A^\times$  des inversibles (ou unités).
- ▶ Sous-anneaux et morphismes d'anneaux.
- ▶ Anneaux intègres.  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$  intègre si et seulement si  $n$  premier.
- ▶ **Corps.** Définition. Tout corps est intègre.
- ▶ Un anneau intègre fini est un corps. En particulier,  $\mathbb{F}_p = \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$  est un corps.
- ▶ Sous-corps. Extension de corps. Morphismes de corps (et leur injectivité).
- ▶ Caractéristique d'un corps et sous-corps premier.
- ▶ Corps des fractions d'un anneau intègre.

#### Questions de cours

- ▶ Tout corps est intègre, et un exemple où la réciproque est fausse.
- ▶ Un anneau intègre fini est un corps.
- ▶ Tout morphisme de corps est injectif.
- ▶ Quand elle est  $> 0$ , la caractéristique d'un corps est un nombre premier  $p$ , et le corps contient un sous-corps isomorphe à  $\mathbb{F}_p$ .
- ▶ Un sous-corps de caractéristique nulle contient un sous-corps isomorphe à  $\mathbb{Q}$ .