
Limites, continuité

Thèmes

- ▶ Notion de voisinage. Propriété vraie « au voisinage d'un point ».
- ▶ Diverses notions de limites (finie ou infinie, en un point adhérent au domaine ou en $\pm\infty$; par valeurs différentes, par valeurs inférieures ou supérieures). Caractère local de la convergence.
- ▶ Caractérisation séquentielle des limites. Utilisation pour « importer » les résultats déjà vus dans le cours sur les suites (unicité de la limite, théorème des gendarmes, passage à la limite dans les inégalités larges, etc.)
- ▶ Composition des limites.
- ▶ Théorème de la limite monotone.
- ▶ Continuité : généralités (définition, caractérisation séquentielle, théorèmes d'opérations).
- ▶ Prolongement par continuité.
- ▶ « Prolongement des identités » : deux fonctions continues coïncidant sur A coïncident sur \overline{A} (et cas particulier où A est dense dans le domaine).
- ▶ Théorème des valeurs intermédiaires.
- ▶ Liens entre la continuité, l'injectivité, la monotonie. Les bijections continues entre intervalles sont des homéomorphismes.
- ▶ Théorème des bornes atteintes.
- ▶ Uniforme continuité. Théorème de Heine.
- ▶ Brève extension aux fonctions à valeurs complexes.

Questions de cours

- ▶ Caractérisation séquentielle de la convergence.
- ▶ Composition des limites.
- ▶ Théorème des valeurs intermédiaires.
- ▶ Une fonction continue injective sur un intervalle est strictement monotone.
- ▶ Théorème des bornes atteintes.
- ▶ Théorème de Heine.