
Dimension

Thèmes

Tous les thèmes de la semaine précédente, plus :

- ▶ Lemme de précipitation.
- ▶ Théorème de la base incomplète, version forte. Espaces vectoriels de dimension finie. Corollaires : théorème de la base incomplète, version faible ; théorème de la base extraite.
- ▶ Lemme de Steinitz. Dimension d'un espace vectoriel de dimension finie. Familles libres, génératrices et bases d'un espace vectoriel de dimension finie. Application aux familles échelonnées de polynômes.
- ▶ Classification des espaces vectoriels de dimension finie.
- ▶ Sous-espaces vectoriels et dimension : bases adaptées, inégalité et cas d'égalité.
- ▶ Somme et dimension : formule de Grassmann, critères de supplémentarité, hyperplans.
- ▶ Rang d'une famille de vecteurs.
- ▶ Application linéaire entre espaces vectoriels de dimension finie : injectivité, surjectivité. Inversibilité à gauche et à droite des endomorphismes.
- ▶ Rang d'une application linéaire : diverses inégalités et invariance par composition avec un isomorphisme.
- ▶ Théorème du rang.

Questions de cours

- ▶ Lemme de précipitation.
- ▶ Théorème de la base incomplète, version forte.
- ▶ \mathcal{B} famille de $\dim E$ vecteurs de E . Alors \mathcal{B} est libre si et seulement si elle engendre E , si et seulement si elle est une base de E .
- ▶ Formule de Grassmann.
- ▶ f application linéaire entre deux espaces vectoriels de même dimension. Alors f est injective si et seulement si elle est surjective, si et seulement si elle est un isomorphisme.
- ▶ Inégalités sur le rang : $\text{rg}(f) \leq \min(\dim E, \dim F)$, $\text{rg}(g \circ f) \leq \min(\text{rg } f, \text{rg } g)$.
- ▶ Théorème du rang.