
Interrogation de calcul 01

Calculs algébriques

Question 1. Soit $x \in \mathbb{R}$. Développer puis simplifier :

$$(x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3) = \dots$$

Question 2. Soit $x \in \mathbb{R}$. Factoriser le plus possible :

$$x^3 + x^2 - 4x - 4 = \dots$$

Question 3. Soit $n \in \mathbb{N}$. Écrire sous la forme $2^a 3^b$:

$$27 \cdot 2^{n+1} \cdot 6^{n-1} - 12^n = \dots$$

Question 4. On note $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction telle que $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = (x+2)(x+3)(x+4)(x+5)$.
Soit $x \in \mathbb{R}$. Simplifier (on attend une forme développée) :

$$f(x-3) = \dots$$

Question 5. Soit $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$. Simplifier au maximum :

$$\frac{x^2 + 6x + 1}{x^2 - 1} + \frac{x - 1}{x + 1} = \dots$$

Question 6. Soit $n \in \mathbb{N}$. Calculer :

$$3 + 3^3 + 3^5 + \dots + 3^{2n+1} = \dots$$

Question 7. Mettre le nombre complexe suivant sous forme algébrique.

$$(1 + 4i)(3 - 2i) = \dots$$

Question 8. Idem. $\frac{3+i}{1-2i} = \dots$

Question 9. Idem. $(2 + 3i)^3 = \dots$

Question 10. Calculer : $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} =$

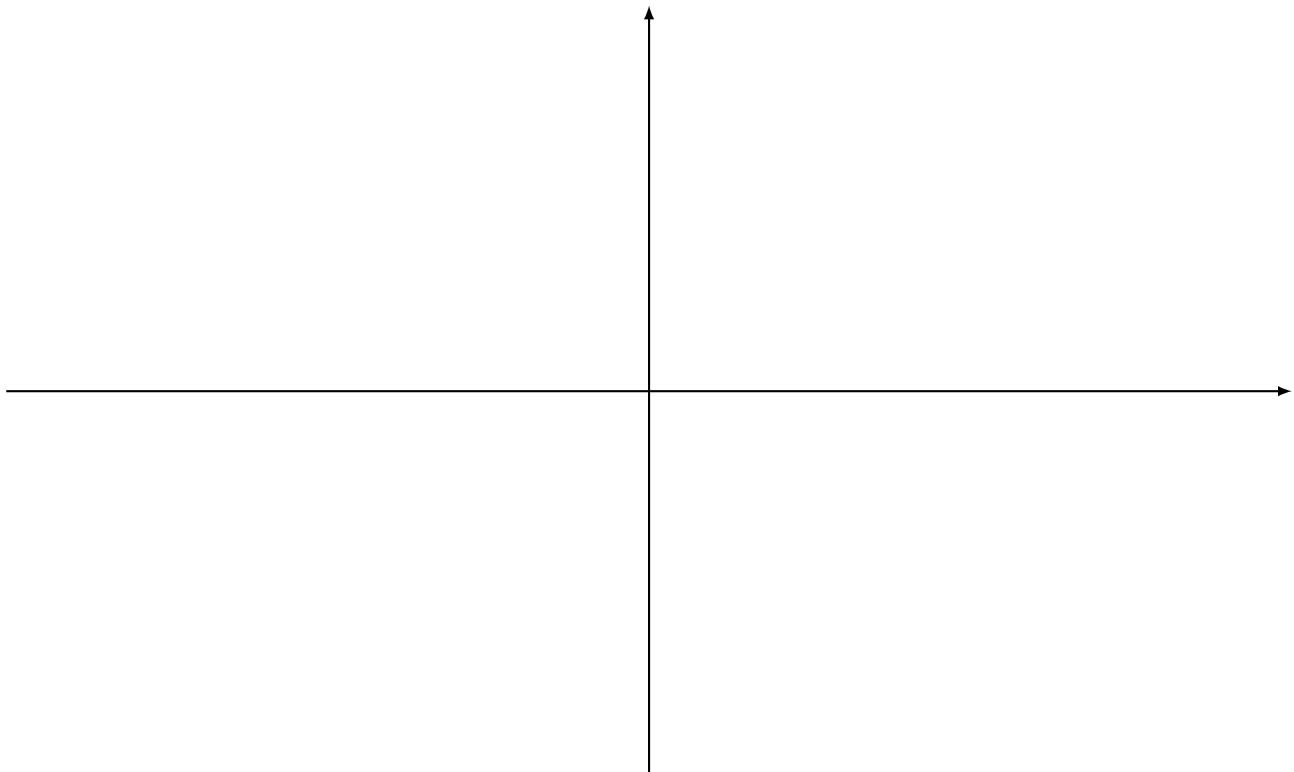
.....
.....
.....
.....
.....

Question 11. Calculer : $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^2 =$

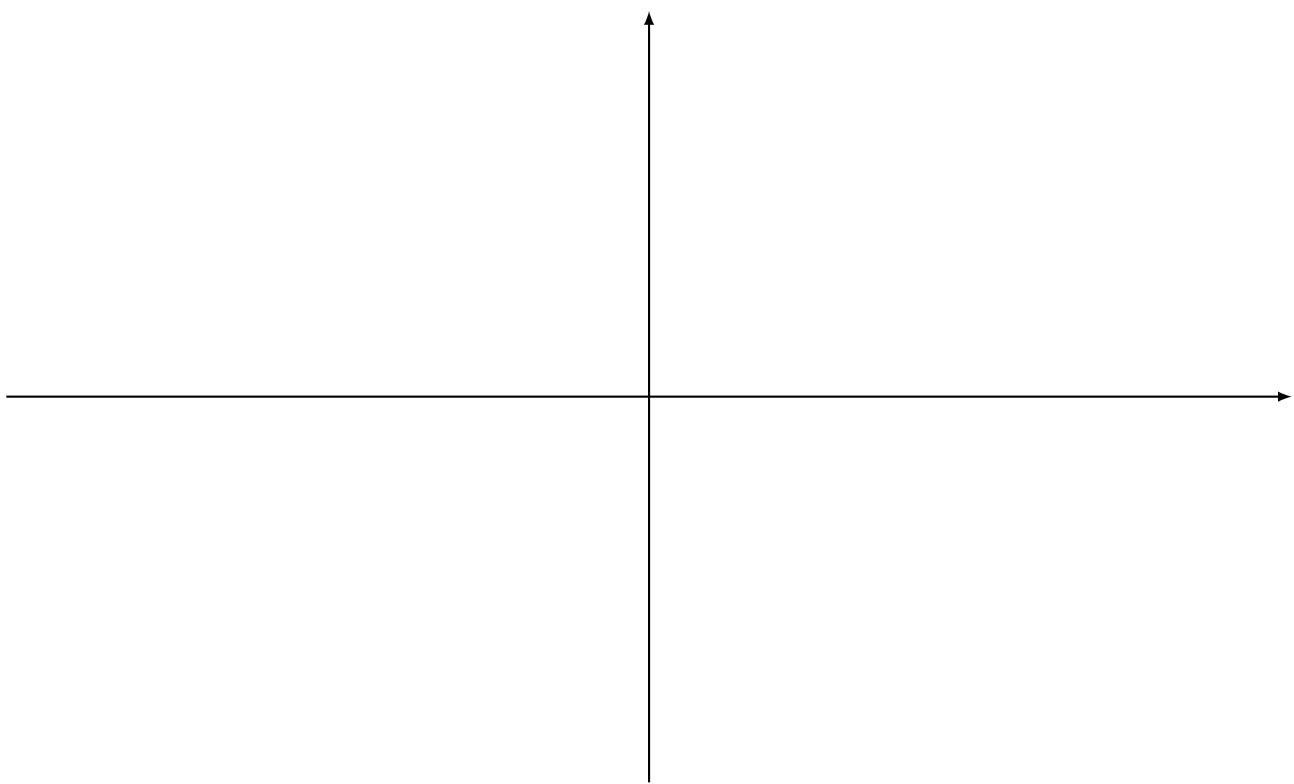
.....
.....
.....
.....
.....

Graphes

Question 12. Tracer (de façon à montrer les caractéristiques principales, plus que quelques valeurs exactes) le graphe de la fonction $x \mapsto 1 + 2 \cos(x)$.



Question 13. Tracer (de façon à montrer les caractéristiques principales, plus que quelques valeurs exactes) le graphe de la fonction $x \mapsto \sqrt{1 - x^2}$.



Limites

Question 14. Déterminer la limite éventuelle de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}} = (3^n + (-2)^n)_{n \in \mathbb{N}}$.

Question 15. Déterminer la limite éventuelle de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}} = (\sqrt{n^2 + 2n} - n)_{n \in \mathbb{N}}$.

Question 16. Déterminer la limite éventuelle de la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$ quand $x \rightarrow 0^+$.

Question 17. Déterminer la limite éventuelle de la fonction $f : x \mapsto x e^{1/x}$ quand $x \rightarrow 0^+$.

Calculs de dérivées

Dans cette section, on ne se préoccupera pas du domaine de définition des fonctions, ni de la question de l'existence des dérivées manipulées.

Question 18. Quelle est la dérivée de la fonction $f : x \mapsto \frac{e^x}{x^2}$?

Question 19. Quelle est la dérivée de la fonction $f : x \mapsto \ln(\ln(\ln(x)))$?

Question 20. Soit $f : \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction dérivable. Quelle est la dérivée de $g : x \mapsto \sqrt{x} f(\sqrt{x})$?

Intégrales et primitives

Question 21. Calculer : $\int_0^1 e^{2t} dt =$

Question 22. Calculer : $\int_1^2 \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x}} dx = \dots$

Question 23. Par intégration par parties, calculer l'intégrale suivante.

$$\int_1^e \frac{\ln(x)^2}{x^2} dx = \dots$$