Inégalités, polynômes

Thèmes

Inégalités

- Inégalité de Cauchy-Schwarz dans $\mathbb{R}^n$.
- Inégalité arithmético-géométrique.
- Définition et interprétation géométrique de la convexité. Généralités (propriétés de stabilité, premiers exemples). Inégalité des trois pentes. Position par rapport aux sécantes.
- Critère de convexité pour une fonction dérivable, deux fois dérivable.
- Inégalité de convexité · une fonction convexe est « au-dessus de ses tangentes ».
- Inégalité de Jensen. Nouvelle démonstration de l'inégalité arithmético-géométrique.

Polynômes

Dans tout le chapitre, $K = \mathbb{R}$ ou $K = \mathbb{C}$.

- Définition, opérations algébriques, règles de calcul.
- Évaluation d'un polynôme et fonctions polynomiales.
- Degré. Degré d'une somme, d'un produit, d'une composée.
- Division euclidienne.
- Racines : généralités, théorème de factorisation, « critère radical de nullité » et corollaires : rigidité des polynômes, identification des coefficients d'une fonction polynomiale. Racines complexes d'un polynôme réel.
- Dérivation : règles de calcul, degré, dérivées d'ordre supérieur. Formule de Taylor pour les polynômes.
- Interpolation de Lagrange.
- Multiplicité $\mu_z(P)$ d'une racine z de P, non nul (étendue ensuite aux cas $P(z) \neq 0$, et $P = 0$). Multiplicité d'une somme, d'un produit. Critère radical de nullité (dans la version avec multiplicités). Caractérisation différentielle de la multiplicité. Cas des polynômes réels : $\forall P \in \mathbb{R}[X], \forall z \in \mathbb{C}, \mu_{\overline{z}}(P) = \mu_z(P)$.
- Polynômes scindés : définition, dérivée d'un polynôme réel (simplement) scindé
- Relations coefficients-racines (seulement pour la somme et le produit).

Questions de cours

- Degré d'une somme.
- Degré d'un produit.
- Théorème de factorisation.
- Interpolation de Lagrange.
- $\mu_z(P_1P_2) = \mu_z(P_1) + \mu_z(P_2)$.