
Matrices et systèmes linéaires

Thèmes

Matrices et systèmes linéaires

Dans tout le chapitre, $K = \mathbb{R}$ ou $K = \mathbb{C}$.

- ▶ Généralités : somme, produit (associativité, bilinéarité).
- ▶ Application linéaire $\varphi_A : K^p \rightarrow K^n$ canoniquement associée à $A \in M_{n,p}(K)$. Noyau et image d'une matrice, et caractérisation de l'injectivité/la surjectivité de φ_A .
- ▶ Transposée.
- ▶ Matrices élémentaires et leurs produits.
- ▶ Combinaison linéaire de matrices. Notation $\text{Vect}(\dots)$.
- ▶ Produit par blocs.
- ▶ Matrices carrées.
- ▶ Matrices inversibles. Propriétés de stabilité de $GL_n(K)$.
- ▶ Critère d'inversibilité et inverse éventuel des matrices 2×2 .
- ▶ « Critère nucléaire d'inversibilité ».
- ▶ Puissances. Binôme de Newton.
- ▶ Trace : linéarité et cyclicité.
- ▶ Stabilité par somme de $S_n(K)$ et $A_n(K)$. Par somme et par produit de $D_n(K)$ et $T_n^\pm(K)$.
- ▶ Systèmes linéaires : vocabulaire (coefficients, matrices, second membre, homogène, compatible...). Structure de l'ensemble des solutions.
- ▶ Résolution par le pivot de Gauss. Interprétations en termes des matrices d'opérations élémentaires.
- ▶ Systèmes de Cramer.
- ▶ Calcul pratique de l'inverse.
- ▶ Critère d'inversibilité des matrices triangulaires et donc des matrices diagonales.

Questions de cours

- ▶ L'application linéaire φ_A est injective si et seulement si $\ker A = \{0_{K^p}\}$.
- ▶ Cyclicité de la trace.
- ▶ Inversibilité et inverse éventuel des matrices 2×2 .
- ▶ Inversibilité à gauche, à droite, tout court.

La résolution d'un petit système linéaire ou le calcul de l'inverse d'une petite matrice pourra remplacer la question de cours.