

## Interrogation de calcul 11

**Question 1.** On admet que  $\binom{2n}{n} \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} \frac{4^n}{\sqrt{\pi n}}$ . En déduire un équivalent simple de  $\left( \ln \binom{2n}{n} \right)_{n \in \mathbb{N}}$ .

**Question 2.** Déterminer un équivalent simple de la suite  $\left(\sqrt{\ln(n+1)} - \sqrt{\ln(n)}\right)_{n \in \mathbb{N}^*}$ .

**Question 3.** Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}}$  telle que  $u_0 = 2$ ,  $u_1 = 1$  et  $\forall n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+2} = u_{n+1} - (1+i)u_n$ .

- Déterminer l'expression de  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .

► Montrer  $|u_n| \xrightarrow[n \rightarrow +\infty]{} +\infty$ .

**Question 4.** Un individu se promène dans Manhattan, et enregistre son trajet sous la forme d'un mot d'un mot de longueur 6 sur l'alphabet {N, S, E, W}, comme par exemple NNNWEE.

Dans chacune des sous-questions, on vous demande de donner le résultat sous la forme d'un nombre tout à fait explicite, comme 1348, même si cela vous demande de poser une opération comme à l'école. Après tout, c'est une interrogation de calcul !

- Combien y a-t-il de trajets en tout ?

---

---

- Combien y a-t-il de trajets sans deux directions consécutives identiques (c'est-à-dire sans NN, SS, EE ou WW) ?

---

---

---

---

- Combien y a-t-il de trajets utilisant quatre fois la direction N et deux fois la direction W ?

---

---

---

---

- Combien y a-t-il de trajets utilisant exactement trois fois la direction N ?

---

---

---

---

- ▶ Combien y a-t-il de trajets commençant par quatre directions différentes ?

- **Bonus.** Combien y a-t-il de trajets où le marcheur revient à son point de départ à la fin du trajet?